



BETONARME – 1

DERS NOTLARI

BÖLÜM 7

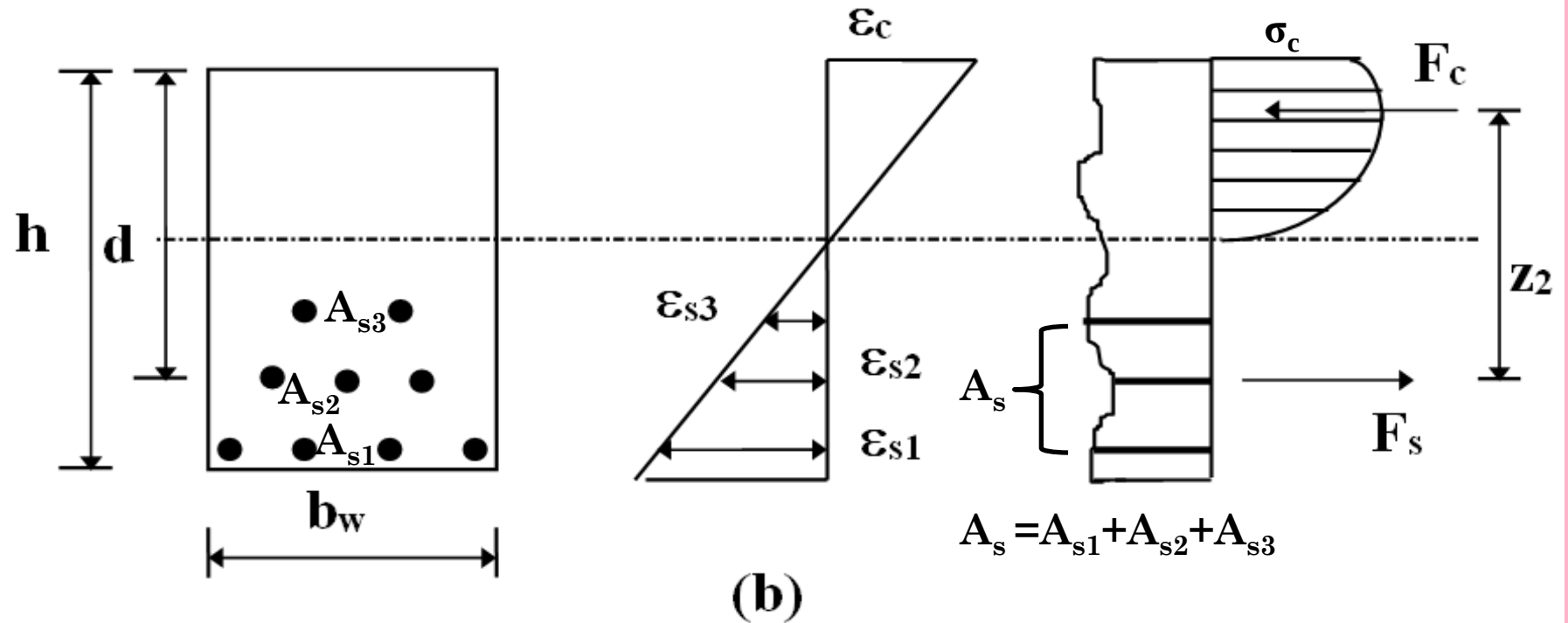
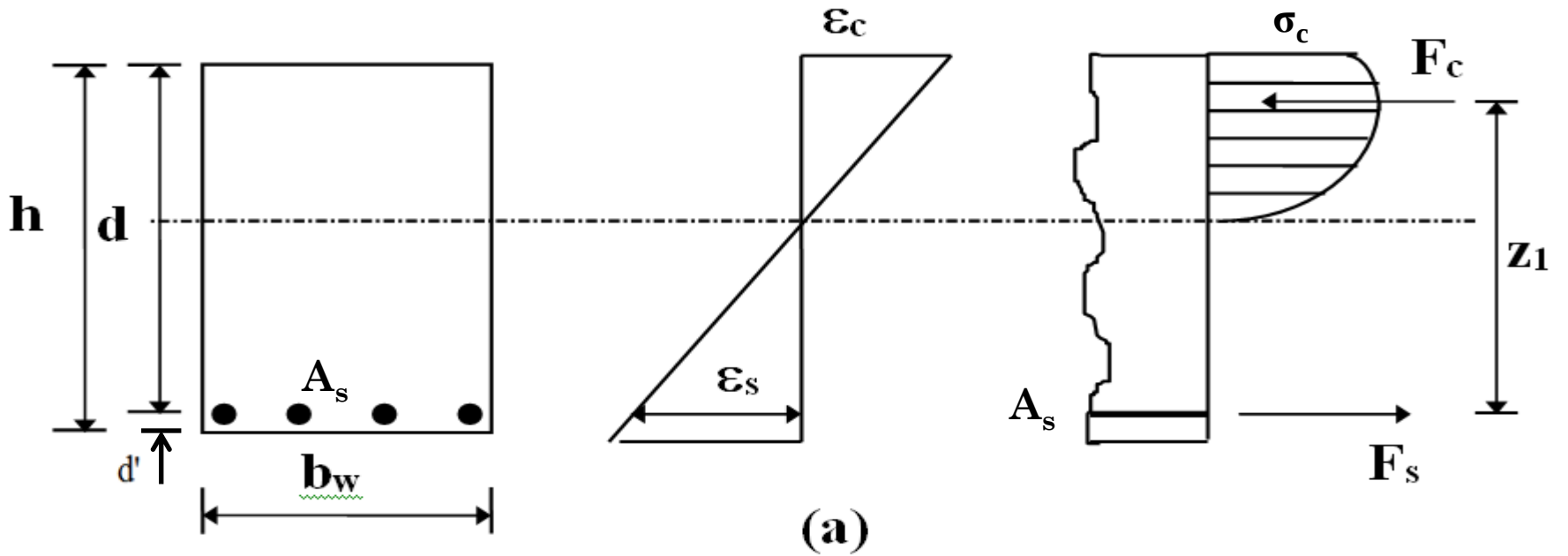
Prof. Dr. Cengiz DÜNDAR

BASİT EĞİLME ETKİSİNDEKİ ELEMANLARIN TAŞIMA GÜCÜ

Çekme çubuklarının temel işlevi, çekme gerilmelerini karşılamaktır. Moment kolunu arttırarak donatının daha etkili çalışmasını sağlamak amacı ile donatı çubukları çekmenin en büyük olduğu yere, yani çekme yüzüne olabildiğince yakın yerleştirilir. Çekme bölgesindeki beton dış yüzü ile donatı çubukları arasındaki kısım **paspayı** olarak adlandırılır. Bu örtü tabakasının üç işlevi vardır.

- a) Kenetleme veya aderansı sağlamak
- b) Donatıyı paslanmadan korumak
- c) Donatıyı yangın etkisinden korumak





Şekil (a) da donatısı olabildiğince çekmenin maksimum olduğu bölgeye yerleştirilmiş bir kirişteki, şekil (b) de ise donatısı çekme bölgesine dağıtılmış kirişteki birim deformasyon dağılımları ve iç kuvvetler gösterilmiştir.

Betonarme kirişlerde donatı oranı;

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d}$$

A_s =Toplam çekme donatısı alanı

d = Faydalı yükseklik (etkili yükseklik)

b_w =Kiriş gövde genişliği

h = Kesit yüksekliği

d' = paspayı

şeklinde tanımlanır.



Şekilden denge denklemleri:

$$F_c = F_s$$

$$F_c(z) = F_s(z) = M \quad \text{şeklinde elde edilir.}$$

BASİT EĞİLME ETKİSİNDEKİ KİRİŞLERİN DAVRANIŞI

Kirişlerde çatlak oluşması, en dış lifteki betonun eğilme-çekme dayanımına ulaşması olarak tanımlanır. Yani **çatlama momenti donatısız bir kirişin kırılma momentine eşittir.**

$$M_{cr} = \frac{f_{ctf} I}{y} \quad \sigma = \frac{M}{I} y \rightarrow \sigma = f_{ctf}; \rightarrow M = M_{cr} = \frac{f_{ctf}}{y} I$$

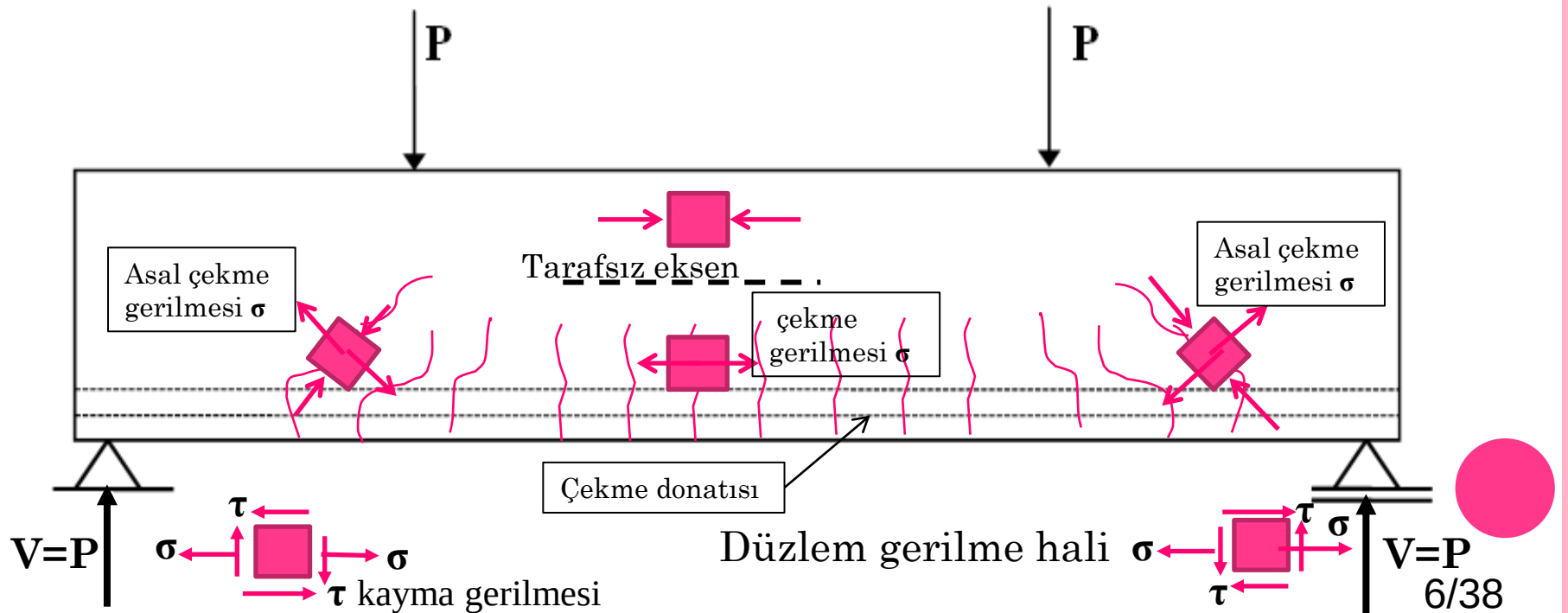
f_{ctf} : Betonun eğilmedeki çekme dayanımı
 $f_{ctf} = 2.0 f_{ct}$ f_{ct} = Betonun direk çekme dayanımı

Dikdörtgen kesitte;

$$M_{cr} = f_{ctf} \frac{b_w h^2}{6} = 2.0 f_{ct} \frac{b_w h^2}{6}$$



İlk çatlaklar momentin en yüksek olduğu yerde meydana gelir. Kılcal düzeydedir. Yük düzeyi arttıkça bu çatlakların boyu ve genişliği artmaya başlar. **Betonda çatlaklar asal çekme gerilmelerine dik yönde oluşur. Bu nedenle kirişin kesme olmayan bölgesinde çatlaklar kiriş eksenine dik yöndedir.** P = Dış yük V =kesme kuvveti

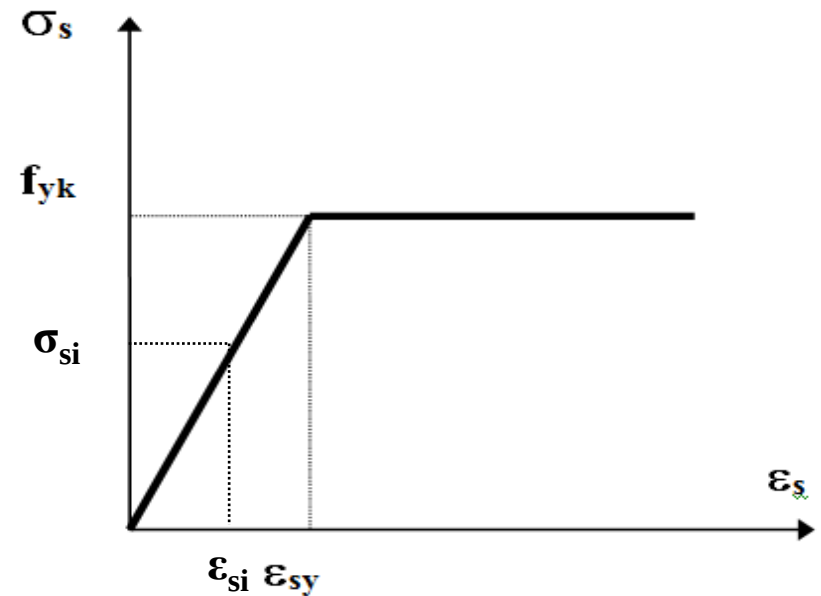
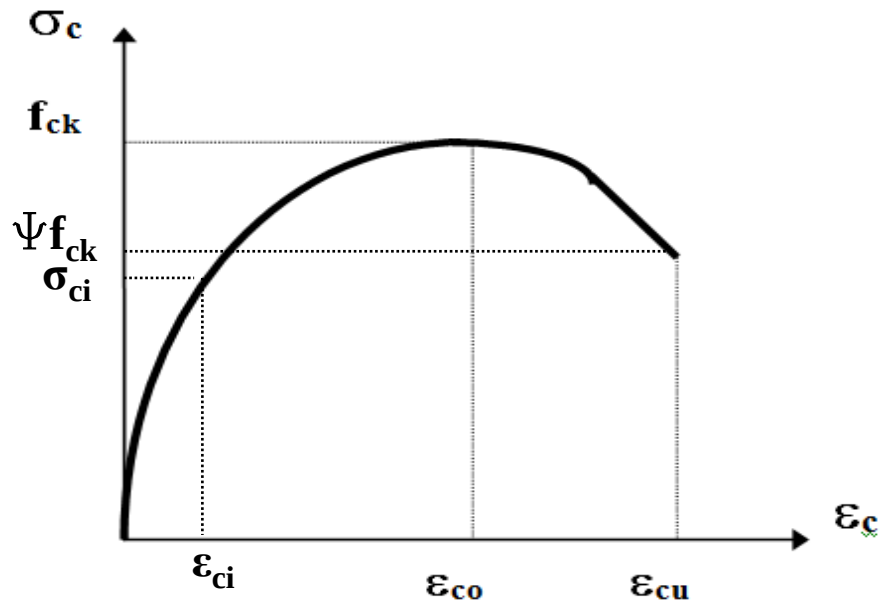
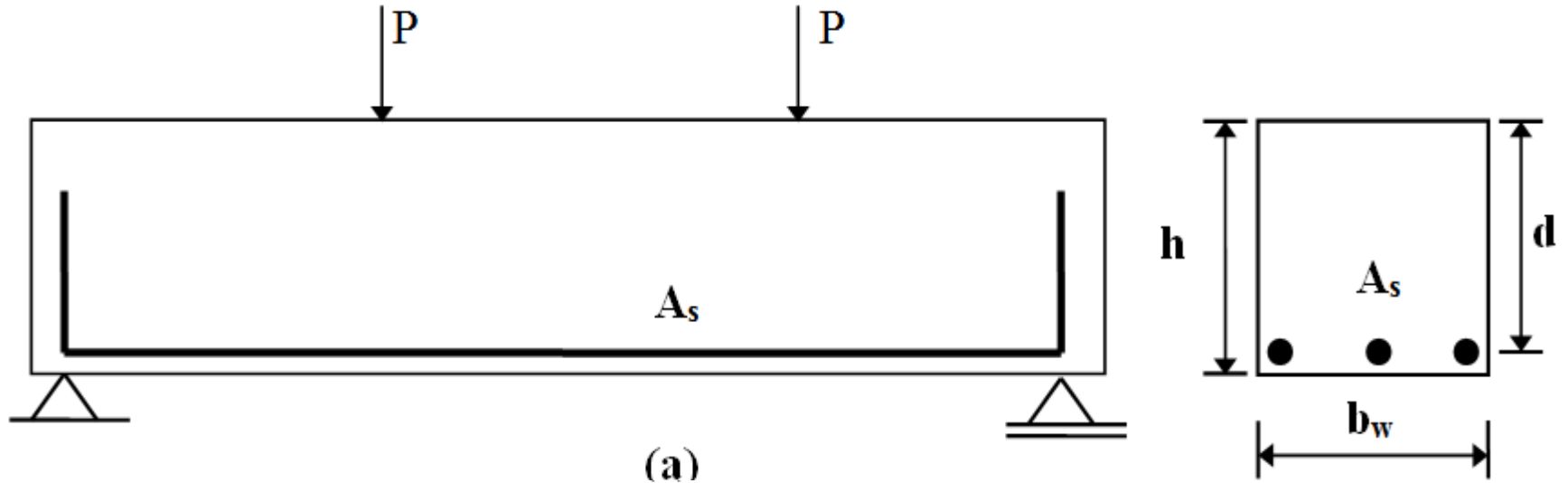


BETONARME KİRİŞ EĞİLME DENEYİ (İnş. Müh. Böl. Yapı Laboratuvarı)

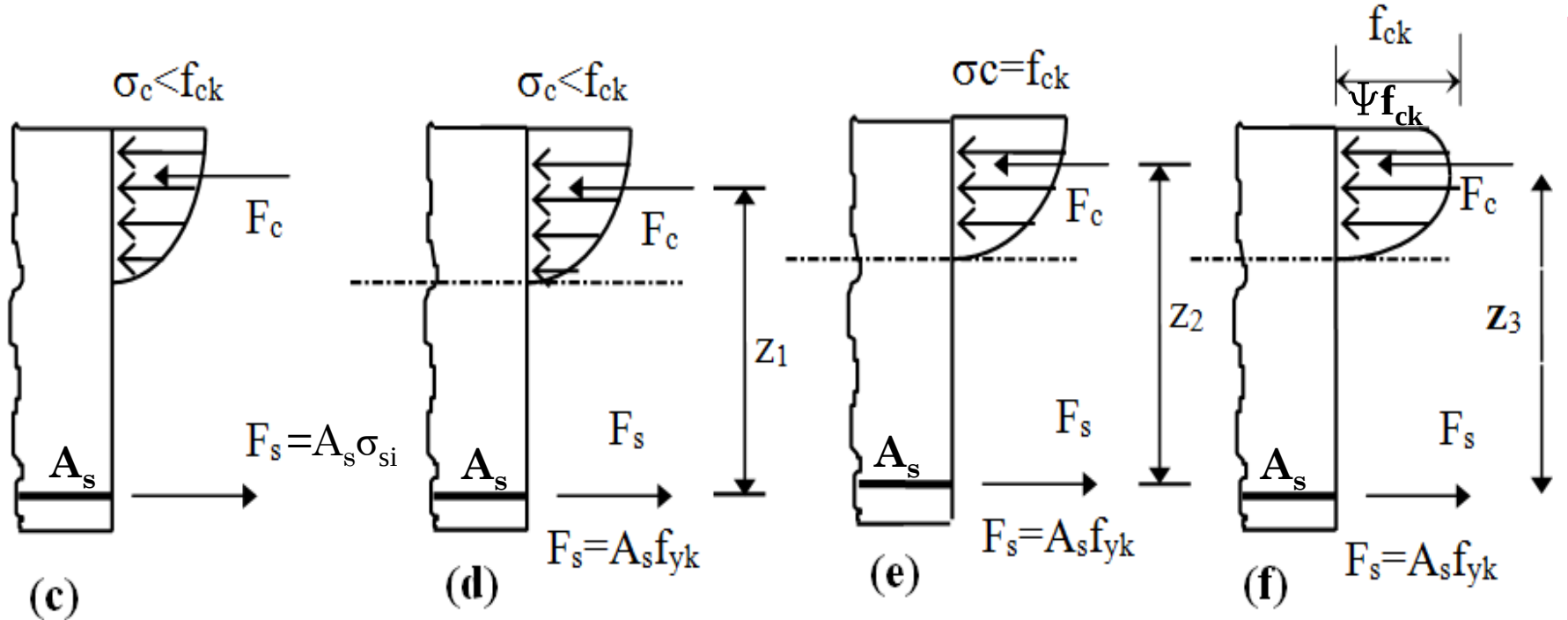
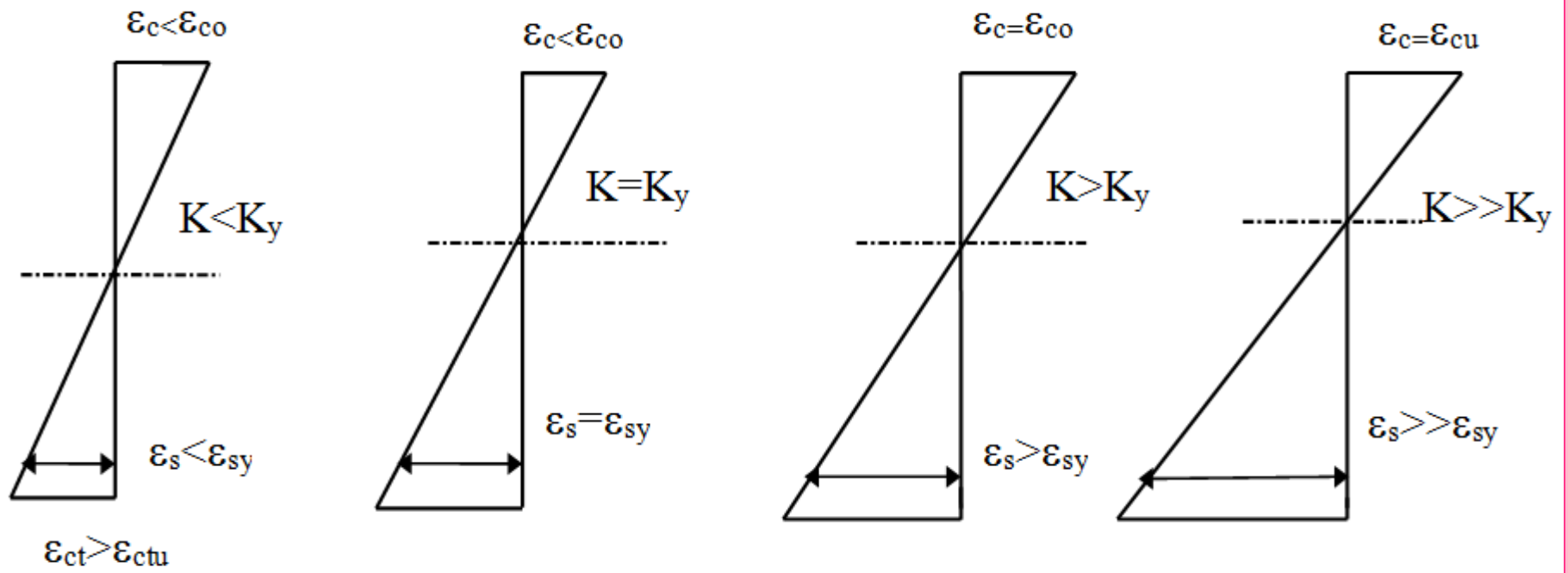


Kesme donatılı kiriş(Etriyeli), 10/05/2002

Şekilde gösterilen kirişin yük altındaki davranışını inceleyelim;



(b)



Kirişte çatlama sonrası oluşacak birim deformasyon dağılımı ve iç kuvvetler şekilde gösterilmiştir. En alt çekme lifindeki beton birim deformasyonu betonun çekme sınır deformasyonunu aştığında ($\epsilon_{ct} > \epsilon_{ctu}$) kiriş çatlamıştır. Çekme donatısı birim deformasyon ise henüz akma sınırına ulaşmamıştır.

Donatı akma gerilmesine ulaştığında, çekme kuvveti $F_s = A_s f_{yk}$ olur.

Donatıdaki gerilme sabit kaldığından ($\sigma_s = f_{yk}$) toplam çekme kuvveti de değişmez. Bu denge koşulu ile beton basınç bileşkesi:

$$F_s = A_s f_{yk} = F_c$$



Bu aşamadan sonra uygulanan yük arttığı takdirde σ - ε eğrisinde kolayca görülebileceği gibi beton dış lifindeki ε_{co} ötesinde artış ancak gerilme azalması ile mümkündür. Bu durumda donatı çeliğinde, sabit gerilme altında birim uzama hızla artabilmektedir ve tarafsız eksen daha fazla yukarı kayabilmektedir. Eksen yukarı kaydıkça basınçtaki beton alanı azalmaktadır. Denge koşulu ile beton basınç bileşkesinin sabit kalması gerektiğinden, tarafsız eksenin kayması nedeni ile daralan alandaki gerilme şiddeti hızla artmaktadır. Tarafsız eksenin yükselmesi en dış lifteki beton birim kısalmasının sınır kısalma değerine ulaşmasına kadar devam eder ($\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$). Bu sınır değere ulaşıldığında, beton ezilerek dağılır ve donatı akmış olduğundan kiriş çökerek kırılır.



Tarafsız eksenin yukarı kayması nedeni ile moment kolundaki artış, iç kuvvetler sabit kalmasına rağmen moment kapasitesini bir miktar arttırmaktadır.

Akma anındaki moment kapasitesi:

$$M_y = A_s f_{yk} z_1$$

Kırılma anındaki moment kapasitesi:

$$M_r = A_s f_{yk} z_3 \text{ olur. } z_3 > z_1 \text{ olduğundan } M_r > M_y \text{ dir.}$$

Kirişe aşırı çekme donatısı yerleştirildiğinde, fazla donatı tarafsız eksenin konumunu değiştirecektir. Tarafsız eksenin çekme donatısına doğru kayması sonucu ϵ_c / ϵ_s oranı artar, böylece $\epsilon_c = \epsilon_{cu}$ olduğunda donatı henüz akma sınırına ulaşmayacaktır ($\epsilon_s < \epsilon_{sy}$). Dolayısı ile kırılma son derece gevrek ve ani olur. Bu kırılma basınç kırılması olarak adlandırılır.



Yukarıda anlatılan davranış, kirişteki kırılma türünün çekme donatısına bağlı olduğunu göstermektedir. Gevrek kırılma istenmeyen bir davranış biçimi olduğundan, yönetmeliklerde donatı yüzdesine bir üst sınır getirilmiştir.



BETONARME KİRİŞ EĞİLME DENEYİ (İnş. Müh. Böl. Yapı Laboratuvarı)



Kesme donatılı kiriş(Etriyeli), 10/05/2002

BETONARME KIRIŞ EĞİLME DENEYİ (İnş. Müh. Böl. Yapı Laboratuvarı)



Kesme donatısız kiriş, 10/05/2002

BETONARME KİRİŞ EĞİLME DENEYİ (İnş. Müh. Böl. Yapı Laboratuvarı)



Kesme donatısız kiriş, 25/4/2019

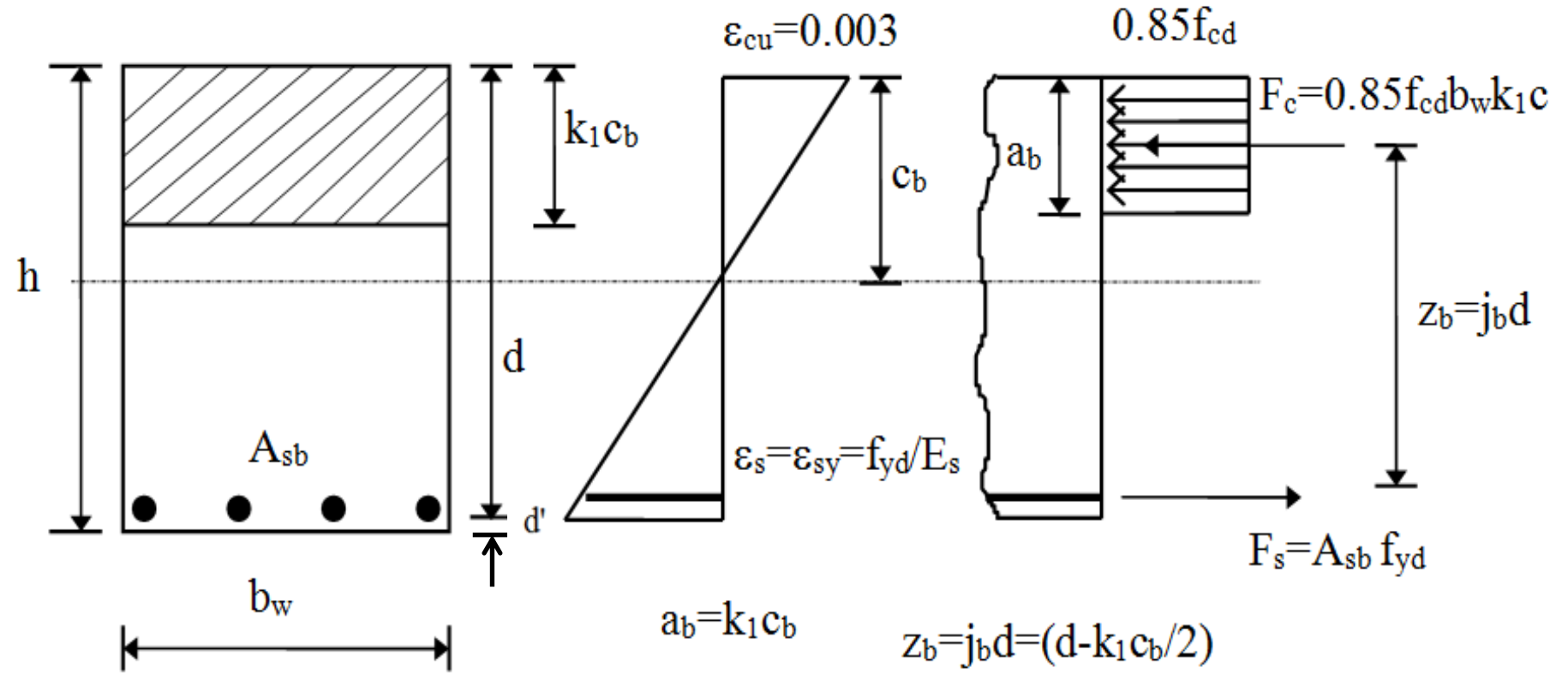


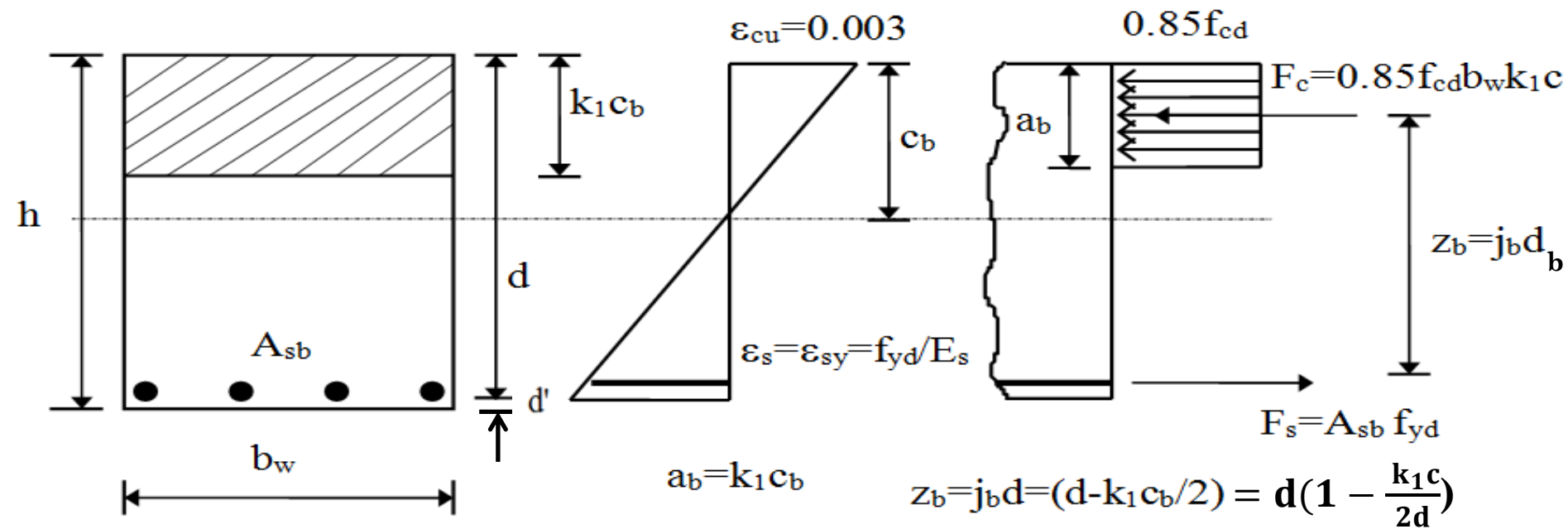
KESİT TAŞIMA GÜCÜNÜN HESABI (KESİT TAHKİKİ)

Kirişlerde kırılma türü donatı oranına bağlı olduğundan, dengeli kırılmayı sağlayan donatı oranı " ***dengeli donatı oranı*** " olarak adlandırılır ve ρ_b ile gösterilir. Donatısı dengeliden fazla olana ($\rho > \rho_b$) denge üstü, az olana ise ($\rho < \rho_b$) denge altı denir.



Basit Donatılı, Dikdörtgen Kesitli, Dengeli Kirişlerin Taşıma Gücü





Denge:

$$\Sigma F=0 \quad F_c - F_s = 0$$

Uygunluk:

Benzer üçgenlerden;

$$j_b = 1 - \frac{k_1 c}{2d}$$

$$0.85 f_{cd} b_w k_1 c_b - A_{sb} f_{yd} = 0$$

$$\Sigma M=0 \quad F_s (j_b d) = F_s \left(d - \frac{k_1 c_b}{2} \right) = M_b$$

$$\frac{\epsilon_{sy}}{d - c_b} = \frac{0.003}{c_b} \quad \text{veya} \quad \frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.003 + \epsilon_{sy}}$$

$$M_b = A_{sb} f_{yd} (j_b d) = A_{sb} f_{yd} \left(d - \frac{k_1 c_b}{2} \right)$$

$$M_b = A_{sb} f_{yd} d \left(1 - \frac{k_1 c}{2d} \right) = A_{sb} f_{yd} j_b d$$

Donatı için kuvvet deformasyon ilişkisi:

$$\epsilon_{sy} = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

yazılır ve uygunluk denklemleri gerilme cinsinden ifade edilebilir.

$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.003E_s + f_{yd}} E_s$$

Boyutları ve malzeme özellikleri bilinen dikdörtgen kesitli bir kiriş için dengeli durumu belirleyen en önemli indeks, dengeli donatı yüzdesidir

$$(\rho_b = \frac{A_{sb}}{b_w d}).$$

Ayrıca dengeli durum için moment kolu katsayısının belirlenmesinde de yarar vardır.



Betonarme kirişlerin hesabında, fiziksel bir anlamı olmayan ve

$$\frac{b_w d^2}{M} \quad \text{olarak tanımlanan } K \text{ değerine de ihtiyaç vardır.}$$

Özet:

Bilinenler: Dikdörtgen kesit malzeme dayanımları (f_{yd} , f_{cd})

Istenen: ρ_b , K_b , J_b

$$\text{a) } \frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.003E_s + f_{yd}} E_s$$

$$\text{b) } \rho_b = \frac{A_{sb}}{b_w d}$$

$$A_{sb} = \frac{0.85f_{cd} b_w k_1 c_b}{f_{yd}} \quad \text{buradan;}$$

$$\rho_b = \frac{A_{sb}}{b_w d} = \frac{0.85f_{cd} k_1 c_b}{f_{yd} d}$$



c) Moment kolu katsayısı hesaplanır;

$$j_b d = \left(d - \frac{k_1 c_b}{2}\right) \text{ ise, } j_b = \left(1 - \frac{k_1 c_b}{2d}\right) \text{ olur.}$$

d) K_b hesaplanır.

$$\frac{1}{b_w d^2} M_b = A_{sb} f_{yd} d \left(1 - \frac{k_1 c_b}{2}\right) \frac{1}{b_w d^2} = \frac{1}{K_b} \rightarrow \frac{1}{K_b} = \rho_b f_{yd} j_b$$

$$K_b = \frac{1}{\rho_b f_{yd} j_b}$$



Böylece çeşitli beton ve çelik sınıfları için c_b/d , ρ_b , j_b ve K_b değerleri hesaplanır.

Bu şekilde hazırlanan çizelge yardımı ile kesit hesabı yapılırken söz konusu kesitin denge altı olup olmadığı belirlenebilir. Bu amaçla kesit için hesaplanmış ρ veya K değerlerinden yararlanılır.

$\rho < \rho_b$ veya $K > K_b$ ise kiriş denge altıdır.

ÇİZELGE



Ç. SINIFI	f_{yd} (Mpa)	B. SINIFI	f_{cd} (Mpa)	k_1	c/d	ρ_b	j_b	K_b (mm ² /kN)
S420	365	C16	11	0.85	0.621762	0.013538	0.735751	275.0517997
S420	365	C20	13	0.85	0.621762	0.016	0.735751	232.7361382
S420	365	C25	17	0.85	0.621762	0.020923	0.735751	177.9746939
S420	365	C30	20	0.82	0.621762	0.023746	0.745078	154.8501792
S420	365	C35	23	0.793	0.621762	0.026409	0.753472	137.6858413
S420	365	C40	27	0.757	0.621762	0.029594	0.764663	121.0674225
S420	365	C45	30	0.73	0.621762	0.03171	0.773057	111.7638898
S420	365	C50	33	0.703	0.621762	0.033591	0.781451	104.3725382
S220	191	C16	11	0.85	0.758534	0.031563	0.677623	244.7971686
S220	191	C20	13	0.85	0.758534	0.037301	0.677623	207.1360657
S220	191	C25	17	0.85	0.758534	0.048778	0.677623	158.3981679
S220	191	C30	20	0.82	0.758534	0.055361	0.689001	137.2595089
S220	191	C35	23	0.793	0.758534	0.061569	0.699241	121.61247
S220	191	C40	27	0.757	0.758534	0.068995	0.712895	106.4439672
S220	191	C45	30	0.73	0.758534	0.073927	0.723135	97.93606429
S220	191	C50	33	0.703	0.758534	0.078312	0.733375	91.16133164

Basit Donatılı, Dikdörtgen Kesitli Denge Altı Kirişlerin Taşıma Gücü

Yönetmeliklerde sadece denge altı kirişlere izin verilir. Denge altı kirişte en dış lifteki beton birim kısalması ezilme sınırına erişmeden önce çekme donatısı akacağından ($\epsilon_c = \epsilon_{cu}$ için $\epsilon_s > \epsilon_{sy}$), kırılma anı temel alınarak yapılan taşıma gücü hesabında $\sigma_s = f_{yd}$ alınır.

$$F_c = F_s$$

$$0.85 f_{cd} b_w k_1 c = A_s f_{yd}$$

$$\frac{k_1 c}{d} = \rho \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}}$$

$$j = \left(1 - \frac{k_1 c}{2d}\right)$$

$$M_r = F_s (j) d = A_s f_{yd} (j) d$$

$$\frac{b_w d^2}{M_r} = K = \frac{1}{\rho f_{yd} j}$$

Özet:

Bilinenler: b_w , d , A_s , f_{yd} , f_{cd}

Istenen: M_r

a) ρ hesaplanır ($\rho = \frac{A_s}{b_w d}$)

b) Eğer $\rho < \rho_b$ ise, kiriş denge altıdır.

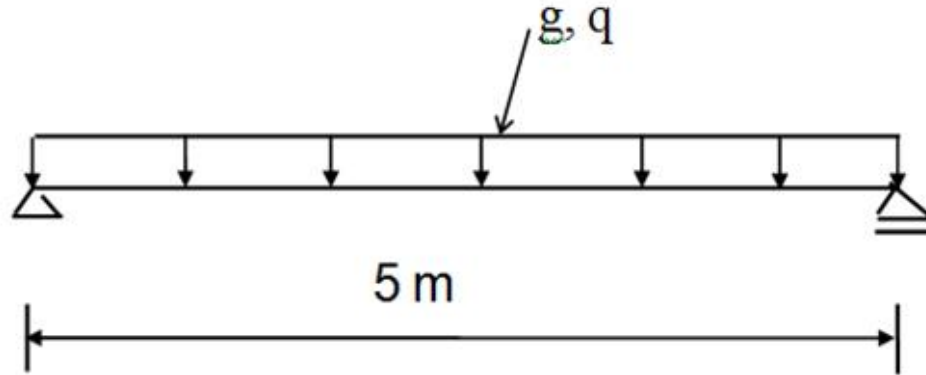
c) $k_1 c/d$ ve j hesaplanır.

d) M_r hesaplanır.



Örnek:

Düzgün yayılı yük taşıyan basit mesnetli bir kiriş aşağıda gösterilmiştir.



$$g=10 \text{ kN/m}, q=5 \text{ kN/m}$$

Malzeme: C20, S220

$$(f_{cd}=13 \text{ N/mm}^2, f_{yd}=191 \text{ N/mm}^2)$$

$$b_w=250 \text{ mm}, h=500 \text{ mm},$$

$$A_s=1570 \text{ mm}^2 \quad d'=40 \text{ mm}$$

$$k_1=0.85$$

Kiriş bu yükleri güvenle taşıyabilir mi?

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{1570}{250 \cdot 460} = 0.0136$$

$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.003E_s + f_{yd}} E_s$$

Çizelgeden C20, S220 için $\rho_b=0.0373$, $\frac{c_b}{d} = 0.758$, $j_b=0.678$

$\rho < \rho_b$ kiriş denge altıdır.

$$\rho_b = \frac{A_{sb}}{b_w d} = \frac{0.85 f_{cd} k_1 c_b}{f_{yd} d} \quad j_b = \left(1 - \frac{k_1 c_b}{2d}\right)$$

24

$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.003E_s + f_{yd}} E_s \quad \rho_b = \frac{0.85f_{cd}}{f_{yd}} k_1 \frac{c_b}{d}$$

$$\frac{k_1 c}{d} = \rho \frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}} \quad \text{veya} \quad 0.85(13)0.85c(250)=1570(191) \quad c=127.71 \text{ mm}$$

$$\frac{k_1 c}{d} = 0.0136 \frac{191}{0.85 \cdot 13} = 0.236 \quad k_1 c/d = 0.85 \times 127.71 / 460 = 0.236$$

$$j = \left(1 - \frac{0.279}{2}\right) = 0.88$$

$$M_r = 1570 \cdot 191 \cdot 0.88 \cdot 460 = 1213.8 \cdot 10^5 \text{ N mm} = 121.3 \text{ kN m bulunur.}$$

Kirişe etkiyen moment:

$$M_g = \frac{1}{8} g L^2 = 10 (5)^2 / 8 = 31.25 \text{ kN m}$$

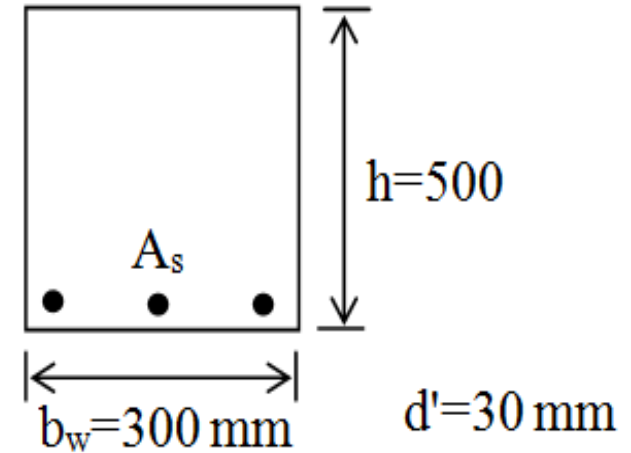
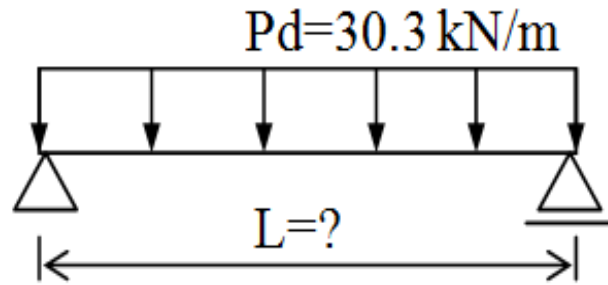
$$M_q = \frac{1}{8} q L^2 = 5 (5)^2 / 8 = 15.62 \text{ kN m}$$

Bu momentler uygun yük katsayıları ile çarpılmalıdır.

$$M_d = 1.4 M_g + 1.6 M_q = 1.4 \cdot 31.25 + 1.6 \cdot 15.62 = 68.74 \text{ kN m}$$

$M_d < M_r$ olduğundan yük güvenle taşınabilir.

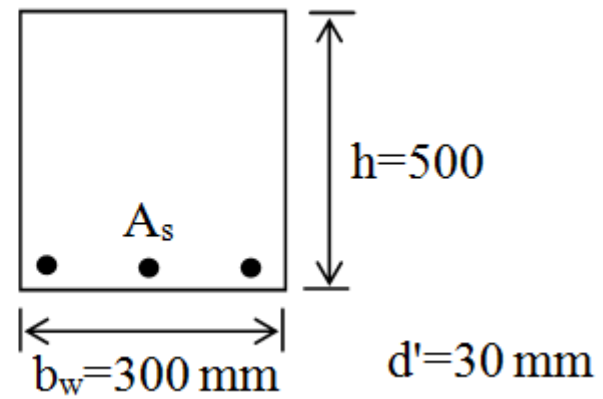
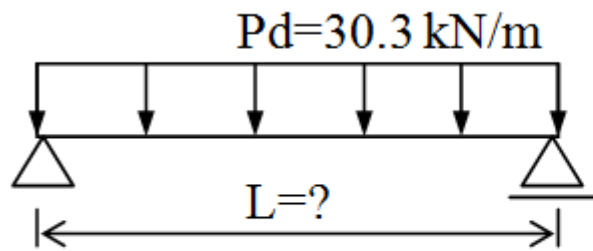
Örnek



Şekilde verilen kirişin;

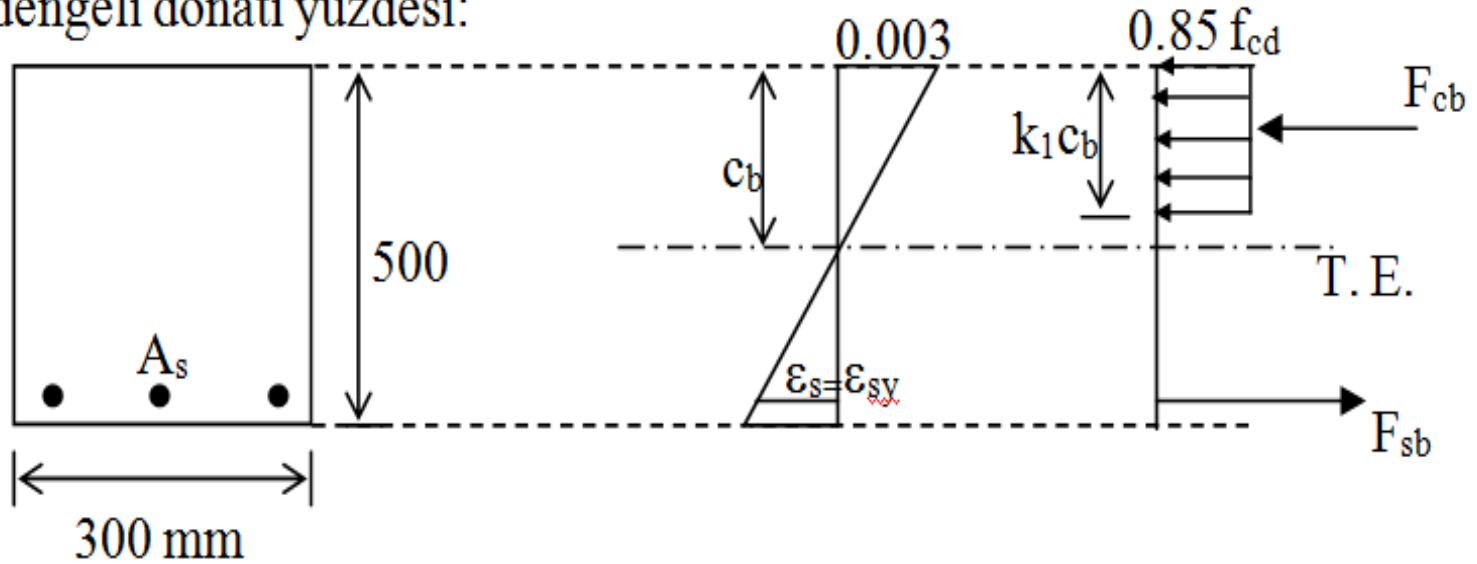
- Dengeli donatı yüzdesini (ρ_b)
- Donatı alanı $A_s = 1862 \text{ mm}^2$ olduğuna göre kesitin taşıma gücü momentini bularak geçebileceği maksimum açıklığı (L) bulunuz. Malzeme C20, S420.





Çözüm:

a) Kesitin dengeli donatı yüzdesi:



Uygunluk denkleminde;

$$\frac{c_b}{d - c_b} = \frac{0.003}{\epsilon_{sy}} \quad \epsilon_{sy} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{365}{2 \times 10^5} = 0.001825$$

$$\frac{c_b}{470 - c_b} = \frac{0.003}{0.001825} \quad c_b = 292.2 \text{ mm bulunmaktadır.}$$

Kuvvet denge denklemi yazılarak;

$$F_{cb} = F_{sb}$$

$$0.85 f_{cd} k_1 c_b b_w = A_{sb} f_{yd}$$

$$0.85 \times 13 \times 0.85 \times 292.2 \times 300 = A_{sb} \times 365 \quad \text{buradan} \quad A_{sb} = 2256.0 \text{ mm}^2 \quad \text{elde edilir.}$$

$$\rho_b = \frac{A_{sb}}{b_w d} = \frac{2256.0}{300 \times 470} \quad \rho_b = 0.0160 \quad \text{olarak bulunur.}$$



b)

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{1862}{300 \times 470} = 0.0132 < \rho_b \quad \text{kiriş denge altıdır. } (\epsilon_s > \epsilon_{sy}, \quad \sigma_s = f_{yd})$$

İç kuvvetlerin dengesinden;

$$F_c = F_s$$

$$0.85 f_{cd} k_1 c b_w = A_s f_{yd}$$

$$0.85 \times 13 \times 0.85 \times c \times 300 = 1862 \times 365 \quad \text{denklem düzenlenerek } c = 241 \text{ mm elde edilir.}$$

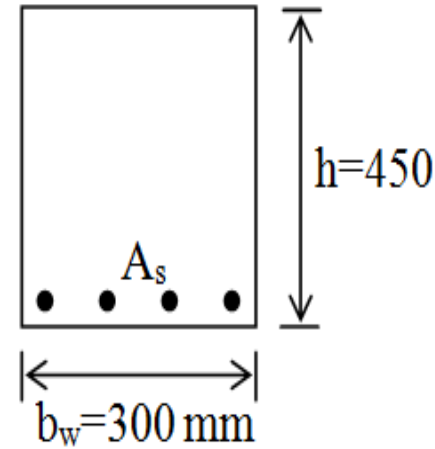
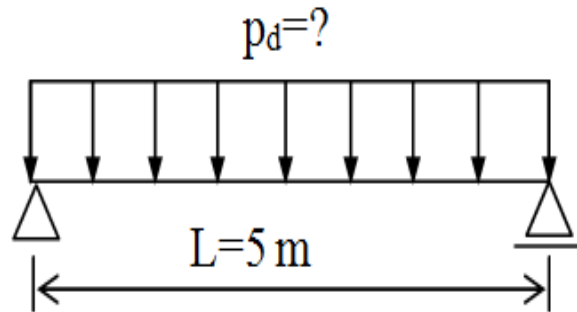
$$M_r = A_s f_{yd} \left(d - \frac{k_1 c}{2} \right) = 1862 \times 365 \times \left(470 - \frac{0.85 \times 241}{2} \right) \times 10^{-6}$$

$$M_r = 249.8 \text{ kNm} \quad \text{olarak taşıma gücü momenti elde edilir.}$$

Kirişin geçebileceği maksimum açıklığı bulabilmek için kiriş taşıma gücü momenti kiriş momentine eşitlenmelidir. Bu durumda;

$$M_r = \frac{P_d L^2}{8} \text{ buradan } L^2 = \frac{8 \times M_r}{P_d} = \frac{8 \times 249.8}{30.3} \text{ ve } L = 8.12 \text{ m olarak bulunmaktadır.}$$

Örnek

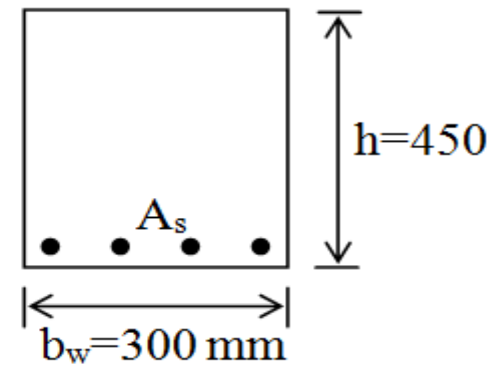
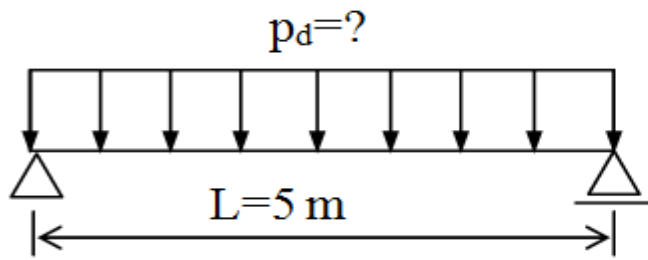


Şekilde verilen kirişin;

- Dengeli donatı alanını (A_{sb}) bulunuz.
- $A_s = 1650 \text{ mm}^2$ olduğuna göre kirişin taşıyabileceği tasarım yükünü (p_d) bulunuz.

Malzeme C20, S420, paspayı = 35 mm.





Çözüm:

a)

Dengeli durumda uygunluk denkleminde;

$$\frac{c_b}{d} = \frac{600}{600 + f_{yd}} = 0.621, \quad c_b = 0.621 \times 415 = 258.03 \text{ mm} \text{ olarak bulunur.}$$

Kuvvet denge denklemi yazılarak;

$$F_{cb} = F_{sb}$$

$$0.85 f_{cd} k_1 c_b b_w = A_{sb} f_{yd}$$

$$0.85 \times 13 \times 0.85 \times 258.4 \times 300 = A_{sb} \times 365 \quad \text{buradan} \quad A_{sb} = 1991.9 \text{ mm}^2 \text{ elde edilir.}$$

$$\rho_b = \frac{A_{sb}}{b_w d} = \frac{1991.9}{300 \times 415} \quad \rho_b = 0.016 \text{ bulunur.}$$

b)

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{1650}{300 \times 415} = 0.0132 < \rho_b \quad \text{kiriş denge altıdır.}$$

İç kuvvetlerin dengesinden;

$$F_c = F_s$$

$$0.85 f_{cd} k_1 c b_w = A_s f_{yd}$$

$$0.85 \times 13 \times 0.85 \times c \times 300 = 1650 \times 365$$

$c = 213.73$ bulunur. Taşıma gücü momenti;

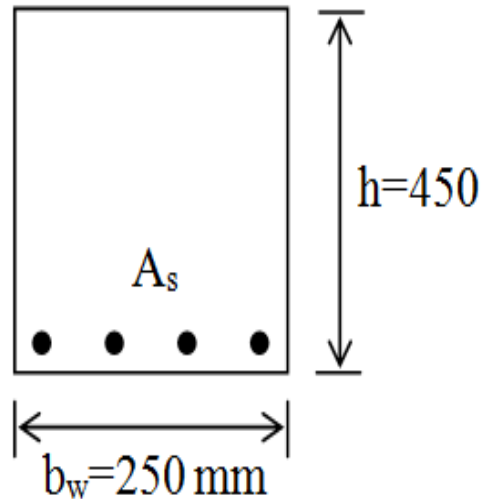
$$M_r = A_s f_{yd} \left(d - \frac{k_1 c}{2} \right) = 1650 \times 365 \times \left(415 - \frac{0.85 \times 213.73}{2} \right) \times 10^{-6}$$

$$M_r = 195.23 \text{ kNm} \quad \text{elde edilir.}$$

$$M_d \leq M_r \quad P_d \times L^2 / 8 \leq 195.23, \quad P_d \leq 62.47 \text{ kN/m} \quad \text{bulunur.}$$



Örnek

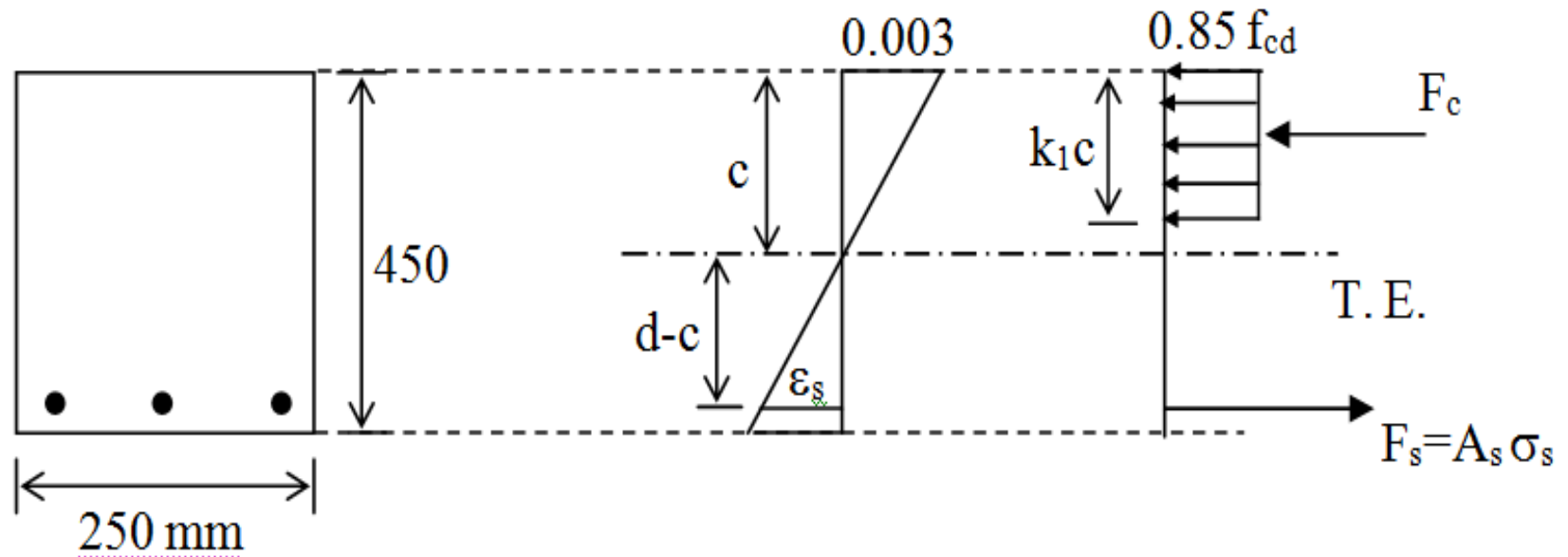


Şekilde verilen basit mesnetli kirişte donatı alanı, $A_s = 1700 \text{ mm}^2$ olduğuna göre taşıma gücü momentini bulunuz. Malzeme C16, S420, paspayı=35 mm ve $\rho_b = 0.0135$.

Çözüm:

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{1700}{250 \times 415} = 0.0164 > \rho_b \text{ olduğundan kiriş denge üstüdür } (\epsilon_s < \epsilon_{sy}, \sigma_s \neq f_{yd})$$





Donatı gerilmesi (σ_s) uygunluk denklemi yardımı ile hesaplanır.

$$\frac{c}{d-c} = \frac{0.003}{\epsilon_s} \quad \text{buradan} \quad \epsilon_s = 0.003 \times \left(\frac{d-c}{c} \right)$$

$$\sigma_s = E_s \times \epsilon_s \quad (E_s = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2) \quad , \quad \sigma_s = 600 \times \left(\frac{d-c}{c} \right) \text{ olur.}$$



İç kuvvetlerin dengesinden;

$$F_c = F_s$$

$$0.85 f_{cd} k_1 c b_w = A_s \sigma_s$$

$$0.85 \times 11 \times 0.85 \times c \times 250 = 1700 \times 600 \times \left(\frac{415 - c}{c} \right)$$

Denklem düzenlenirse;

$c^2 + 513.37 c - 213048.13 = 0$ formunu alır. Denklemin çözümünden tarafsız eksen

derinliği $c = 271.46 \text{ mm}$ elde edilir. Donatı gerilmesi;

$$\sigma_s = 600 \times \left(\frac{415 - 271.46}{271.46} \right) = 317.26 \text{ N/mm}^2 \text{ olarak hesaplanır. Taşıma gücü momenti;}$$

$$M_r = A_s \sigma_s \left(d - \frac{k_1 c}{2} \right) = 1700 \times 317.26 \times \left(415 - \frac{0.85 \times 271.46}{2} \right) \times 10^{-6}$$

$M_r = 161.6 \text{ kNm}$ olarak bulunur.

Örnek Problemlerle Betonarme

Çalışma Soruları

8